

LA MATEMATICA. ARMONIA DELL'UNIVERSO.

«Esistono i mortali, esistono gli dei ed esistono esseri come Pitagora».

Testimonianze.

- Le sue opinioni più conosciute sono queste. Diceva che l'anima è immortale, poi ch'essa passa anche in esseri animati d'altra specie, poi che quello che è stato si ripete a intervalli regolari e che nulla c'è che sia veramente nuovo, e che infine bisogna considerare come appartenenti allo stesso genere tutti gli esseri animati. Fu infatti Pitagora colui che per primo portò queste opinioni in Grecia.

(Porfirio III sec. d. C.)

- L'anima dell'uomo si divide in tre parti, intelletto, mente, animo, l'intelletto e l'animo essendo comuni anche agli altri animali, la mente essendo propria dell'uomo soltanto [...]; l'anima comincia dal cuore e giunge al cervello; [...] la parte ch'è nel cuore è animo, quella che è nel cervello intelletto e mente. [...] i sensi sono come gocce che vengono da tali parti; [...] la parte razionale è immortale, le altre mortali. [...] l'anima è nutrita dal sangue; [...] i ragionamenti sono respiri dell'anima.

(Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi*) Si dedicarono alle matematiche e per primi le fecero progredire quelli che sono detti Pitagorici. Questi, dediti a tale studio, credettero che i principi delle matematiche fossero anche i principi di tutte le cose che sono. Ora poiché principi delle matematiche sono i numeri, nei numeri essi credevano di trovare [...] somiglianze con le cose che sono e divengono. (giudicavano per esempio che la giustizia fosse una determinata proprietà dei numeri, anima e mente un'altra; e similmente, per così dire ogni altra cosa); e poiché, inoltre, vedevano espresse dai numeri le proprietà e i rapporti degli accordi armonici, poiché insomma ogni cosa nella natura appariva loro simile ai numeri, e i numeri apparivano primi tra tutto ciò che è nella natura, pensarono che gli elementi dei numeri fossero elementi di tutte le cose che sono, e che l'intero mondo fosse armonia e numero. E tutte le proprietà che potevano mostrare, nei numeri e negli accordi musicali, corrispondenti alle proprietà e alle parti del cielo, e in generale a tutto l'ordine cosmico, le raccoglievano e gliel'adattavano. Che se qualche cosa mancava si sforzavano di introdurla, perché la loro trattazione fosse compatta. Per chiarire con un esempio: poiché il dieci sembra essere un numero perfetto e contenere in sé la natura dei numeri, dicevano che anche i corpi che si muovono nei cieli sono dieci; e poiché ne vedono soltanto nove, aggiungevano, come decimo, l'antiterra¹.

(Aristotele, *Metafisica*)

- I principi e gli elementi di cui si servono i filosofi che sono detti Pitagorici, sono assai lontani da quelli dei fisiologi. E la causa è in questo, che essi non li hanno presi dalle cose sensibili: gli enti matematici infatti, se si eccettuano quelli che riguardano l'astronomia, sono senza movimento. E tuttavia anche i Pitagorici discutono e si occupano di tutto quello che riguarda la natura; e parlano della generazione del cielo ed esaminano quello che avviene nelle sue parti e quali sono le sue vicende e quale la sua attività. E dei loro principi e delle loro cause si servono esclusivamente per condurre quest'indagine, come se si trovassero d'accordo con gli altri fisiologi nel pensare che ente è soltanto ciò che è percepibile e si trova entro quello che è chiamato cielo. Eppure le cause e i principi di cui parlano, sono, come dicemmo, tali da permettere di salire anche agli enti che stanno più in alto; anzi meglio si addicono a quest'indagine che non a quella sulla natura.

(Aristotele, *Metafisica*)

- Il numero ha due specie sue proprie, il pari e il dispari: e terza è il parimpari, formato da queste due mescolate. Molte forme ci sono dell'una e dell'altra e ogni cosa per se stessa la rivela. ... nessuna delle cose che sono [...] sarebbe potuta venire all'esistenza, se non ci fosse la

¹ Il cielo delle stelle fisse, Mercurio, Venere, Marte, Giove, Saturno (i cinque pianeti allora conosciuti), il Sole, la Luna, la Terra e l'Antiterra

sostanza delle cose che compongono il cosmo, delle limitate e delle illimitate. Ora non essendo i principi né uguali né della stessa specie, non si sarebbero potuti ordinare in un cosmo, se non si fosse aggiunta l'**armonia**.

(Aristotele, *Metafisica*)

- [Essi] ritengono che il moto di corpi così grandi debba necessariamente produrre suono, dal momento che questo accade anche con i corpi che ci circondano [...]; e il sole e la luna, e poi le stelle, che sono in tal numero, e di tal grandezza, e si muovono con un moto di tale velocità, è impossibile che non producano un suono di intensità straordinaria. Da queste premesse, e assumendo inoltre che le velocità, in virtù delle distanze fra i vari astri, hanno rapporti di accordi consonanti, essi affermano che il suono prodotto dal moto circolare degli astri è armonico. Ma parendo assurdo che di questo suono non s'abbia noi percezione, causa di ciò dicono essere il fatto che questo suono ci accompagna già fin dalla nascita.

(Aristotele, *Metafisica*)

L'orfismo

La filosofia cerca di dare spiegazioni razionali recuperando temi religiosi: ad esempio, come è nato il mondo? Così come nella religione ci sono varie correnti di pensiero, anche nella filosofia è così. La religione greca, tuttavia, non è paragonabile alle grandi religioni monoteiste. Se la società è cattolica, allora tutti sono cattolici; se la società è musulmana, allora tutti sono musulmani. Nel mondo greco non vi erano attriti religiosi e le condanne per reati religiosi erano rarissime. Mentre le nostre religioni sono "esclusiviste", nel mondo greco c'erano delle divinità maggiori che venivano venerate ovunque, ma accanto a queste ogni città aveva le sue divinità specifiche. Nel mondo greco è interessante rilevare un dualismo religioso: c'era la cosiddetta RELIGIOSITA' OLIMPICA, una religione pubblica che mirava a risolvere i problemi comuni dell'intera città. Al giorno d'oggi la religione è individuale e spirituale: ognuno prega la divinità affinché risolva i problemi personali. La religiosità olimpica prevedeva invece che si richiedesse la risoluzione di problemi collettivi. Va poi notato che era quasi sempre un chiedere la protezione da cose materiali: guerre, carestie, epidemie ... Come mai questo interesse collettivo? La risposta è reperibile nel fatto che a quei tempi nella società greca non c'era differenza tra cittadino e uomo privato. Per noi invece i due aspetti sono ben distinti: abbiamo una vita privata ed una vita in cui facciamo parte della società. E' chiaro che una religione come quella olimpica non appagava il singolo cittadino e le sue esigenze: tutti noi ci chiediamo "che ne sarà di me? Quale è il mio destino?". Questa religione deve il suo nome all'Olimpo, il monte greco sulle vette del quale si riteneva risiedessero gli dei. Oltre alle divinità dell'Olimpo, c'erano anche le divinità KTONE', ossia le divinità della terra, "create" dagli strati popolari anteriori ai Greci. Queste divinità hanno spesso a che fare con l'agricoltura e con la fertilità del suolo: ne è un esempio Persefone. Viene naturale chiedersi che cosa c'entrino queste divinità con gli interessi personali, individuali degli uomini: questi culti in origine erano culti della fertilità del suolo, poi l'alternarsi delle stagioni venne paragonato alla nascita e alla morte della natura: così come muore la natura durante l'inverno per poi rinascere in primavera, anche l'uomo muore e nasce. Questo determinò il passaggio degli interessi collettivi e della comunità a quelli individuali e propri del singolo cittadino. Questi culti erano caratterizzati dai MISTERI, una parola di derivazione incerta: vi è chi sostiene che derivi dalla parola greca "muthos", mito, e chi è convinto che derivino dal verso che si emette quando non si parla: mmm... In effetti i misteri erano un qualcosa che non andava rivelato e parrebbe quindi più attestata la seconda ipotesi. Tuttavia i misteri si basavano su veri e propri miti e quindi la prima ipotesi è valida. Strettamente collegato a questi misteri è l'orfismo, una setta misterica sviluppatasi intorno al settimo secolo a.c. L'Orfismo si basava su due miti. 1) Quello di Orfeo, che andò nel mondo dei morti per farsi ridare indietro la donna amata, Euridice; l'avrebbe riavuta se non si fosse mai voltato a vederla durante il tragitto che conduceva dal mondo dei morti a quello dei vivi, ma non si trattenne e mandò tutto all'aria. 2) Quello di Dioniso. Questo mito dice che i Titani uccisero e divorarono il piccolo Dioniso, figlio di Zeus.

Quest'ultimo, adirato, scagliò la folgore e li distrusse e la conclusione fu che gli uomini furono generati dalle ceneri dei Titani. Da questo mito emerge come gli uomini abbiano una duplice natura: da una parte sono buoni per via di Dioniso, che era stato divorato, dall'altro sono malvagi per via dei Titani. Per questo gli Orfici arrivano a dire che noi siamo costituiti da due elementi, uno positivo e l'altro negativo. Dentro di noi c'è un " daimon ", un'anima . Propriamente il daimon è un qualcosa di diverso dall'anima come la intendiamo noi: l'anima è il nostro io, quello che siamo effettivamente; il daimon è un qualcosa di estraneo al corpo, è un qualcosa di sublime che si trova imprigionato nel corpo. Per gli Orfici non c'è identificazione tra corpo e anima. Il corpo non è la casa dell'anima, ma una situazione artificiale: è ciò che ci deriva dai Titani. Gli Orfici giocavano sul fatto che corpo in greco si dice soma, ma soma, con diversa accentuazione, significa prigionia. Il corpo è quindi la prigionia dell'anima, ma è anche la tomba (in greco " sema "). Durante il corso della vita l'anima non può manifestarsi bene perché è ostacolata dal corpo e le uniche occasioni in cui può manifestarsi è quando il corpo è più debole: nel sonno, in punto di morte ... Tutto questo implica un capovolgimento dei valori del binomio vita-morte: la morte non è più un qualcosa di negativo , bensì un qualcosa di sublime, una liberazione dalla parte peggiore di noi , il corpo . Altra credenza orfica è quella della reincarnazione, ossia della trasmigrazione delle anime : può darsi che questo concetto sia di derivazione orientale. Quella della reincarnazione è un'autentica minaccia di continuazione delle sofferenze sulla terra . La vita terrena è sia il segno della colpa , sia la punizione: è una sorta di peccato originale che ci deriva dai Titani; se conduciamo una vita retta , una volta morti la nostra anima non si reincarna in un altro corpo, ma vive libera. Se però ci comportiamo male allora si reincarna in un altro corpo finché non riusciremo a comportarci bene ; il corpo in cui reincarnarsi dipende da come ci si è comportati nella vita precedente: quanto peggio ci si è comportati, tanto peggio è il corpo in cui ci si reincarna. Ma come si fa a porre fine al circolo della reincarnazione, a far sì che l'anima possa vivere senza corpo? La sofferenza è un buon sistema di purificazione; un altro sistema di purificazione è la scelta di alcuni modi di vita : la non violenza, il vegetarianesimo. Proprio il vegetarianesimo era un altro punto di rottura con le religioni olimpiche , che prevedevano i sacrifici di animali . Anche la partecipazione ai riti è un buon modo per purificarsi. Mentre la religione olimpica chiede beni materiali e l'esaltazione delle caratteristiche umane e naturali al sommo grado, la religione orfica chiede l'opposto, ossia si chiede di essere strappati alla vita terrena. E' una religione ascetica . Il vegetarianesimo non consiste solo nel non uccidere gli animali (rinuncia alla violenza) ma anche nel rinunciare a ciò che più lega l'uomo alla vita terrena. Per l'Orfismo all'inizio esiste un'unità perfetta, l'uovo primordiale o notte, che si scinde e dà luogo a esseri separati. A ciò dovrà succedere un ciclo di reintegrazioni delle parti nell'unità del tutto: l'orfismo sfocia così in una dottrina della salvezza. A tale scopo vengono coltivate le tecniche di purificazione. Negli scavi archeologici condotti nell'Italia meridionale sono comparse laminette d'oro, risalenti al quarto e terzo secolo a.c. e contenenti scritti in esametri. Alcune di esse forniscono indicazioni e istruzioni all'anima del defunto sul viaggio nell'aldilà che essa sta per affrontare. L'alternativa sarà tra destra positiva e sinistra negativa: a sinistra è infatti la sorgente del Lete , ossia della dimenticanza, mentre a destra è quella di Mnemosin , ossia della memoria . Alla prima si abbeverano i più ed è proprio bevendo l'acqua del Lete , la quale fa dimenticare tutto ciò che si è vissuto in precedenza, che si continuerà nel ciclo delle reincarnazioni. Al contrario, bevendo all'acqua della Memoria, se si è vissuta una vita pura, si potrà passare alle sedi dei beati, a vivere con gli eroi .

Pitagora: La Matematica dell'armonia (Piergiorgio Odifreddi)

(*La Stampa* giovedì 7 maggio 1998)

Il maggior vanto storico di Crotone è [...], senza dubbio, la scuola che Pitagora di Samo, il grande matematico e filosofo, vi fondò quando vi si trasferì dalla Grecia, verso il 530 a.C. Essa prosperò per una trentina d'anni, fino a che i pitagorici si immischiarono nelle faccende politiche della città, appoggiando il partito sbagliato. Essi furono perseguitati e cacciati, la scuola fu bruciata, e Pitagora fuggì a Metaponto, dove morì poco dopo.

Fu [...] una intuizione musicale che permise a Pitagora di formulare quel legame fra matematica e natura che costituisce, probabilmente, la scoperta più profonda e feconda della storia dell'intero pensiero umano.

Secondo Giamblico, l'episodio è il seguente. Un giorno Pitagora passò di fronte all'officina di un fabbro, e si accorse che il suono dei martelli sulle incudini era a volte consonante, e a volte dissonante. Incuriosito, entrò nell'officina, si fece mostrare i martelli, e scoprì che quelli che risuonavano in consonanza avevano un preciso rapporto di peso. Ad esempio, se uno dei martelli pesava il doppio dell'altro, essi producevano suoni distanti un'ottava. Se invece uno dei martelli pesava una volta e mezzo l'altro, essi producevano suoni distanti una quinta (l'intervallo fra il do e il sol). Tornato a casa, Pitagora fece alcuni esperimenti con nervi di bue in tensione, per vedere se qualche regola analoga valesse per i suoni generati da strumenti a corda, quali la lira. Sorprendentemente, la regola era addirittura la stessa! Ad esempio, se una delle corde aveva lunghezza doppia dell'altra, esse producevano suoni distanti un'ottava. Se invece una delle corde era lunga una volta e mezzo l'altra, esse producevano suoni distanti una quinta.

In perfetto stile scientifico, dall'osservazione e dall'esperimento Pitagora dedusse una teoria; la coincidenza di musica, matematica e natura. Più precisamente, egli suppose che ci fossero tre tipi di musica: quella strumentale propriamente detta, quella umana suonata dall'organismo, e quella mondana suonata dai cosmo. La sostanziale coincidenza delle tre musiche era responsabile da un lato dell'effetto emotivo prodotto per letterale risonanza, dalla melodia sull'uomo, e dall'altro della possibilità di dedurre le leggi matematiche dell'universo da quelle musicali.

Poiché nelle leggi dell'armonia scoperte da Pitagora intervenivano soltanto numeri frazionari, detti anche numeri razionali, ed i rapporti armonici corrispondevano perfettamente a rapporti numerici, Pitagora enunciò la sua scoperta nella famosa massima: tutto è (numero) razionale. Essa codifica la fede nella intelligibilità matematica della natura, ed è il presupposto metafisico dell'intera impresa scientifica, di cui Pitagora è stato appunto il padre fondatore.

Più precisamente, "ragione" non era altro che la capacità di esprimere concetti mediante un "rapporto" numerico, come testimonia l'uso dello stesso vocabolo per entrambi i termini, sia in greco (logos) che in latino (ratio). Poiché poi, per i greci, logos significava anche la "parola" stessa, il vocabolo finì per esprimere una triplice coincidenza di linguaggio, razionalità e matematica. Anche questa coincidenza è tuttora viva e vegeta [...]. Una scoperta tanto profonda non poteva che far ritenere Pitagora o una vera e propria divinità, o almeno un depositario della saggezza divina. Il suo insegnamento non poteva essere oggetto di discussione, e a lui si applicò per la prima volta l'espressione ipse dixit. La sua scuola assunse i caratteri di una confraternita religiosa, e gli adepti vennero divisi in due categorie: gli acusmatici, o uditori, e i matematici, o apprendisti. Ai primi si ammanniva l'insegnamento in maniera esoterica e superficiale, mentre i secondi venivano iniziati all'insegnamento esoterico e profondo.

Un esempio tipico della dicotomia è la teoria cosmologica pitagorica, il cui aspetto esoterico è stato tramandato da Platone nel difficile dialogo Timeo. Mediante misteriose costruzioni basate sui numeri 1, 2 e 3, che corrispondono ai rapporti numerici dell'ottava e della quinta, si arriva alla determinazione dei rapporti: armonici che regolano il moto dei pianeti. Il sistema solare è dunque visto come una lira a sette corde suonata da Apollo, in cui i pianeti producono i suoni che loro corrispondono, e che insieme costituiscono la musica delle sfere.

L'aspetto esoterico del modello pitagorico rimase per secoli il punto di riferimento per la cosmologia, tanto che ancora nel 1619 Keplero lo utilizzò nel suo strabiliante libro *L'armonia del mondo*. In esso egli descrisse le leggi musicali che regolano il moto dei pianeti, specificando che nella sinfonia celeste Mercurio canta da soprano, Marte da tenore, Saturno e Giove da bassi, e la Terra e Venere da alti. E nella terza delle tre famose leggi di Keplero ricompare, miracolosamente, il rapporto di quinta il quadrato del periodo di rotazione di un pianeta attorno al Sole è infatti proporzionale al cubo della sua distanza da esso. [...]

La svolta fondamentale della fisica moderna, compiuta da Newton nei *Principia*, corrisponde invece ad un esplicito tentativo di riscoprire l'aspetto esoterico della cosmologia pitagorica, nascosto sotto i "discorsi volgari" della musica delle sfere. Come molti suoi contemporanei,

Newton riteneva infatti che la conoscenza fondamentale del mondo, la cosiddetta prisca sapientia, fosse già stata rivelata da Dio ai primi uomini, incisa su due pilastri: essi sarebbero stati riscoperti dopo il diluvio universale di Pitagora ed Hermes Trismegisto, che ne inglobarono la verità nelle proprie filosofie esoteriche. Sia come sia, il fatto è che su queste basi Newton mostrò che la legge di gravitazione universale era implicita nelle leggi dell'armonia pitagorica, e dichiarò che essa doveva quindi già essere nota a Pitagora stesso.

Il pitagorismo rimane ben vivo anche nella fisica moderna, e non solo come generica matematizzazione della natura. Anzitutto, se la fisica classica aveva riformulato il motto pitagorico come: "tutto è (numero) reale" o "tutto è (numero) immaginario", la fisica atomica sembra essere ritornata alla versione originale, in cui sono proprio i numeri interi a determinare le caratteristiche della natura a livello microscopico, attraverso la quantizzazione di quantità che si supponevano continue, prima fra tutte l'energia. Inoltre, nel tentativo più recente di arrivare ad una teoria unitaria della natura, la cosiddetta teoria delle stringhe di Witten, le costituenti ultime della materia vengono non più pensate come punti (im)materiali, ma come pezzi di corda che vibrano in uno spazio pluridimensionale, ed i cui modi di vibrazione (o suoni) costituiscono le particelle elementari. [...].

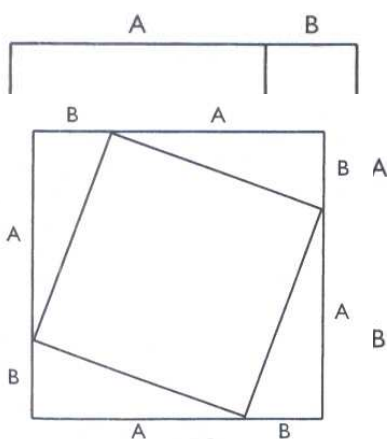
Anche la storia della musica, come già quella della fisica, ha recepito ed elaborato in maniera profonda il credo pitagorico. Già Pitagora stesso aveva scoperto che la sua teoria musicale aveva qualche problema: infatti i rapporti numerici corrispondenti, rispettivamente, a un tono e due semitoni non coincidevano, e differivano di una quantità piccola ma percettibile all'orecchio, che fu chiamata comma pitagorico. La soluzione matematica del temperamento, che consiste nel dividere l'ottava in due semitoni uguali, fu trovata soltanto nel secolo XVIII e richiese l'assegnazione di un valore irrazionale al semitono.

[...] In conclusione, rimane da notare che il pensiero pitagorico è oggi divenuto la base metafisica della cultura planetaria. La scienza e la tecnologia, che ci piaccia o no, hanno ormai superato tutti i confini geografici e pervaso l'intero globo, si basano infatti proprio su quella coincidenza fra natura e matematica che Pitagora ha per primo saputo intuire e perseguire, rivelandosi più universale e profondo di qualunque altro profeta o pensatore, da Buddha a Cristo, da Platone a Marx.

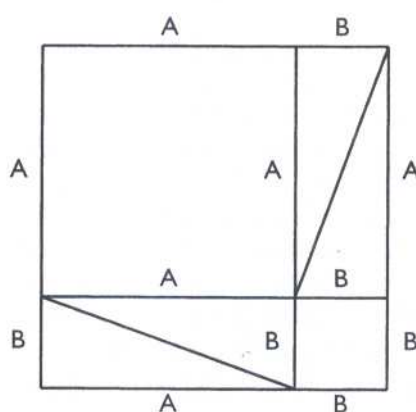
Il pianeta, ormai unificato dalla scienza e dalla tecnologia, continua ancora a rimanere diviso dalle religioni. Forse anche in questo campo Pitagora, che credeva che Dio fosse semplicemente l'armonia dell'universo, e che la purificazione religiosa si ottenesse attraverso la contemplazione matematica, potrebbe un giorno additare la retta via. La quale è, d'altronde, già contenuta nella versione esoterica del pitagorico inizio del Vangelo secondo Giovanni: "In principio era la Ragione, e la Ragione era presso Dio, e la Ragione era Dio".

Lucio Lombardo Radice, **Il pensiero geometrico dei greci**

Perché il teorema di Pitagora ha questa strana formulazione: «Il quadrato costruito sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti»? Perché si parla di "quadrato del binomio"? Perché la potenza con esponente 3 è detta "cubo"? Perché questi concetti, che per noi sono aritmetici e si esprimono con numeri e simboli, furono pensati dai greci geometricamente ed espressi con figure? Tutto questo è spiegato con la massima chiarezza dal matematico Lucio Lombardo Radice (1916-1982).



▲ Fig. 2



▲ Fig. 1b

La dimostrazione del teorema di Pitagora, che di solito si studia a scuola, non è certamente di Pitagora [...]. Noi crediamo che la dimostrazione originale di Pitagora sia quella che ora esponiamo, con l'aiuto di due figure. Nella prima figura noi prendiamo il

quadrato che ha per lato $A + B$, somma dei due segmenti A e B , e lo dividiamo in varie parti: il quadrato di lato A , quello di lato B , due rettangoli di lati A e B (fig. 1a); dividendo a metà, con la diagonale, ciascuno dei due rettangoli di lati A e B , otteniamo al loro posto quattro triangoli rettangoli di cateti A , B (fig. 1b).

Nella seconda figura noi prendiamo lo stesso quadrato, cioè il quadrato della somma $A+B$, di due segmenti A e B , ma lo decomponiamo (lo tagliamo a pezzi) in modo diverso. Vengono così fuori ancora quattro triangoli rettangoli di cateti A e B , più però, questa volta, un unico quadrato, quello che ha per lato l'ipotenusa del triangolo rettangolo di cateti A e B (fig. 2). Abbiamo allora due quadrati uguali (quelli grandi, di lato $A + B$); se da essi, tanto dall'uno quanto dall'altro, tagliamo via una stessa area, cioè quella dei quattro triangoli rettangoli con cateti A e B , le parti che restano avranno ancora area uguale: ma le parti che restano sono, nella prima figura, la somma dei quadrati dei cateti A e B , nella seconda il quadrato dell'ipotenusa. Il teorema di Pitagora è dimostrato; probabilmente, al modo di Pitagora [...] .

Un esempio vi farà capire bene la differenza tra la mentalità nostra e quella dei greci. Si domanda: «Dati due segmenti A e B , come si potrà calcolare l'area del quadrato che ha per lato il segmento $A + B$, somma dei due lati?».

Ecco la risposta del matematico greco (la si trova, ad esempio, nella Proposizione quarta del Secondo libro dei famosi *Elementi* di Euclide, vissuto circa tre secoli prima di Cristo).

Costruiamo il quadrato di lato $A + B$ (fig. 1a) e dividiamo i quattro lati nelle parti A , B , che li compongono, così come è disegnato nella figura 1a. Tracciate le perpendicolari ai lati nei detti punti di divisione; vedrete dalla figura (e dal ragionamento a parole, se avrete la pazienza di farlo) che il quadrato di lato $A + B$ viene diviso in quattro parti: due quadrati, e due rettangoli. I due quadrati hanno per lato l'uno A , l'altro B , i due rettangoli sono uguali ed hanno per lati A e B . Dunque: «Il quadrato di lato $A + B$ è uguale alla somma del quadrato di lato A , del quadrato di lato B , e di due rettangoli di lati A e B ».

Ecco invece la risposta moderna (per esempio di Isacco Newton o di altri prima di lui). Consideriamo le misure a , b , dei segmenti A , B . Non ci interessa ora la misura effettiva, cioè non andiamo a misurarli praticamente; sappiamo però che le loro misure, rispetto a un dato metro sono due numeri a , b . Frazioni? numeri irrazionali? non ci interessa, perché sappiamo che i calcoli si fanno con le stesse regole, siano essi frazioni (in particolare interi), o irrazionali, come $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, π , ecc. Allora la misura del segmento $A + B$ sarà $a + b$ metri ordinari, se il metro adottato è quello che si usa comunemente: quindi la misura del quadrato di lato $A + B$ sarà $(a + b)^2$ metri quadrati. Ma possiamo calcolare il numero $(a + b)^2$ applicando ripetutamente una delle ordinarie proprietà dei numeri, la proprietà distributiva:

$$(a + b) \times (a + b) = a(a + b) + b(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Dunque: «Il quadrato di una somma, $a + b$, è uguale alla somma dei quadrati dei due addendi più il doppio prodotto di essi».

La risposta di Euclide, e quella di Newton, sono, da un certo punto di vista, la stessa risposta in due «linguaggi» diversi. Eppure, se ci si pensa bene, nella risposta di Newton (o di Tartaglia o di Cartesio, ecc.), confrontata con quella data allo stesso problema duemila anni prima Euclide, c'è l'immenso progresso dalla matematica antica a quella moderna. Con quest'esempio si vede bene che il progresso sta innanzitutto nel metodo, nella mentalità, nelle idee. Possiamo ormai cercare di riassumere in che cosa tale immenso progresso sia consistito.

Primo: nell'ampliamento del concetto di numero (numeri non sono soltanto gli interi positivi e le frazioni positive, ma anche gli interi e le frazioni negative, anche gli irrazionali, positivi e negativi). *Secondo*: nella costruzione di un sistema semplice, completo, preciso, per scrivere numeri e per operare su di essi. *Terzo*: nella applicazione delle regole di calcolo, e dei relativi simboli, oltre che ai nuovi numeri, anche a quantità indeterminate o incognite, anche a simboli di numeri qualsivogliano, non soltanto a numeri determinati. [...]

Come abbiamo detto, il calcolo letterale presenta, rispetto all'algebra geometrica dei greci vantaggi enormi. Per ognuna delle formule del calcolo letterale, per esempio per ognuno

dei «prodotti notevoli», il geometra greco doveva fare un ragionamento a parte, spesso assai più complicato di quello che ci ha permesso di calcolare geometricamente $(A + B)^2$. Con il moderno calcolo letterale, invece, si ottiene automaticamente e sicuramente il risultato in ogni caso, applicando alcune (pochissime) regole di calcolo. Proviamoci a calcolare, con l'algebra geometrica, espressioni come $(a + b)(a - b)$, oppure $(a + b + c)^2$, oppure $(a + b)^3$ e così via, interpretando a , b , c , come segmenti, le elevazioni alla seconda e alla terza potenza come costruzione di quadrati e di cubi: vedremo quanta fatica, quanto sforzo di fantasia geometrica ci costerà, se pur ci riusciremo! Col calcolo letterale, invece, tutto è fatto in pochi minuti, senza sforzo mentale (soltanto con un poco di attenzione).

[L.L. Radice, *La matematica da Pitagora a Newton*, Roma, Editori Riuniti, 1971 pp. 36-37, 65-

Il bello morale e il bello estetico

L'idea greca della bellezza è **etica** ed **estetica** nello stesso tempo. Per i Greci non c'è una netta differenziazione tra buono e bello e i due termini spesso vengono associati; esemplare a questo proposito è l'ideale della **kalokagathìa** (da kalòs, kaì agathòs "bello e buono"), in cui c'è perfetta specularità tra armonia di forme e virtù etiche. Il concetto di kalokagathìa si riferisce al valore morale del bello, che supera il valore puramente estetico.

Il vocabolo greco kalòs presenta dunque uno spettro di significati molto più ampio del termine italiano "bello", che non ne costituisce quindi un immediato corrispettivo linguistico. Nella Grecia classica il termine kalòs possiede un'ampia molteplicità di sensi: bello, piacevole, buono, virtuoso, eccellente, opportuno, conveniente, vantaggioso, tutti comunque volti a indicare ciò che suscita ammirazione e consenso. [...]

L'accezione estetica riesce a coprire solo una piccola parte dei molteplici aspetti toccati da questo concetto basilare per la cultura greca. Inoltre kalòs nel corso del tempo si è arricchito, come del resto molte altre parole, di varie sfumature di significato, dovute sia alle variazioni linguistiche avvenute nel corso del tempo sia ai modi d'uso dei parlanti. Dunque lo studio dell'espressione artistica del bello può aiutarci a conoscere meglio la civiltà greca.

Tra i filosofi sono stati i pitagorici i primi a introdurre un concetto di bellezza che rimase valido fino al III secolo d.C.: la bellezza intesa come proporzione derivante dalla disposizione delle parti e come misura. I pitagorici introducono l'uso dei termini "**armonia**", che indica l'ordine e la regolarità nella disposizione delle parti, e "**simmetria**", che si riferisce alla bellezza in senso stretto, come ordine numerico. Anche nel pensiero di Platone il concetto di misura, insieme a quelli di virtù, opportunità e bellezza, rappresenta uno dei valori principali. «Il rispetto di misura e proporzione dà sempre un risultato bello» (*Timeo*). In molti luoghi Platone definisce il bene attraverso concetti come bellezza, proporzione, misura, limite, ordine. [...]

Il canone nell'architettura e nella scultura

L'arte classica dei Greci presuppone che in ogni opera esista un canone ("regola", "norma"), cioè una forma che vincola l'artista al rispetto di determinate proporzioni tra le varie parti dell'opera. Come i musicisti fissano la legge armonica, così gli architetti e gli scultori fissano il canone delle arti plastiche. Nella musica i rapporti sono di tipo temporale (gli intervalli di altezza fra le note), nell'architettura sono di tipo spaziale e riguardano la grandezza, la qualità e il numero delle parti e il loro rapporto reciproco. Ad esempio, un portico è considerato bello se rispetta alcune proporzioni fondamentali relative al numero, alla grandezza e alla reciproca distanza delle colonne. Ciò che appare bello strappa la nostra approvazione, ma guardando meglio scopriamo che per un greco ciò che è bello è sempre governato dai numeri.

Che sia un tempio, un brano musicale, una statua, oppure una bella donna o un bell'uomo, in tutti questi casi **i rapporti tra le parti sono regolati dalla cosiddetta sezione aurea**. Così si definisce la suddivisione di un segmento secondo una proporzione considerata perfetta, in modo che la parte più corta stia alla parte più lunga come la parte più lunga sta al tutto. La regolarità viene costruita sulla proporzione della sezione aurea.

I Greci pensano che le forme dotate di perfetta bellezza siano le figure geometriche di base, cioè il triangolo, il quadrato, il rettangolo e il cerchio. Gli architetti sono tra i primi ad

applicare le norme canoniche nella costruzione dei templi e dei teatri. La sezione aurea è alla base del cosiddetto **rettangolo armonico**, che costituisce il modulo dei templi greci, dove ogni particolare rispetta rigorosamente proporzioni stabilite; dalle fonti sappiamo che la facciata di un tempio deve misurare 27 moduli.

Anche nella scultura il canone è numerico e dipende da una proporzione fissa. Nel corpo umano, ad esempio, l'altezza corretta è data da 7 moduli. L'unico frammento rimasto del trattato di Policeto, noto scultore del V secolo a.C., afferma che in un'opera d'arte la perfezione dipende da vari rapporti numerici, e anche le piccole varianti sono decisive.

Il canone non limita la libertà di un artista più di quanto le regole della metrica non limitino la libertà espressiva di un poeta. Inoltre, non basta conoscere una formula, per quanto esatta, e applicarla meccanicamente, per generare un'opera d'arte.

L' estetica

Nella cultura greca si delineano alcuni concetti estetici fondamentali, come, ad esempio, il bello e il canone, che abbiamo analizzato nei paragrafi precedenti, oppure la differenza tra l'ispirazione e la tecnica. Sempre in Grecia nascono le prime riflessioni filosofiche sull'arte (come in Platone e in Aristotele e i primi trattati degli artisti (come quelli del V secolo a.C., di Ictino, l'artefice del Partenone, dello scultore Policeto, oppure quelle dei pittori Parrasio e Nicia).

La disciplina filosofica che si occupa dell'arte e del bello è l'estetica. Tuttavia, usando questo termine con l'odierno significato di filosofia dell'arte, operiamo un'arbitraria sovrapposizione di un concetto moderno al pensiero antico. Infatti il significato del termine greco *aïsthesis*, non corrisponde all'ambito attuale delle belle arti e del giudizio estetico, ma si riferisce alla sensazione.

Per riferirsi alla dottrina dell'arte i Greci usano il vocabolo poetica (*poietikè*), che è dotato di un duplice valore; si ha infatti una produzione (*pòiesis*) in senso lato, che indica l'attività creatrice in generale, e una *Pòiesis* in senso stretto, attinente all'ambito della poesia vera e propria.

La nozione di *Pòiesis* è avvicinata a quella di tecnica (*tèchne*), ossia l'insieme delle regole finalizzate alla direzione di un'attività umana qualsiasi. Le tecniche rappresentano quella conoscenza che consente di agire sapendo quel che si fa.

È generalmente condivisa nel mondo greco la distinzione tra l'essere un buon poeta e l'essere semplicemente un buon tecnico. Platone, a questo proposito, nello *Ione* (133a, 536d) e nel *Fedro* (235a), ribadisce che possedere la tecnica non è sufficiente perché sgorghi la vera poesia, per la quale è indispensabile l'ispirazione delirante. Il valore della poesia tecnica è da lui considerato inferiore a quello della poesia derivante dall'entusiasmo e dalla mania, come risulta chiaramente dalla classificazione dei vari tipi umani che troviamo nel *Fedro*: «chi è dedito alle Muse occupa il primo posto insieme all'amico della sapienza, all'amico del bello e all'esperto in amore», mentre l'altro tipo di poeta è al sesto posto (248d-e). Del resto anche nel *Simposio* Platone contrappone il vate all'artigiano.